

レポート問題 1

以下のシミュレーションの問題に取り組み、その結果から現象の物理的解釈を考えよう。回答は C 言語プログラムのソースコードと結果のグラフとを含め、全体を $\text{\LaTeX}$ で 1 つの PDF ファイルとしてまとめて提出せよ。

- (a) 真空中で無重力の状態にある壁にバネの一端が固定され、別の端には物体が繋がっている。物体の質量を $m = 1$ [kg] バネ定数を $k = 10$ [N/m]、とする。バネの伸び縮みする方向に x 軸を取り、バネが自然長の時の物体の位置を $x = 0$ とする。物体の運動方程式は以下の 2 次微分方程式で書ける。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad (1)$$

時間 $t = 0$ の時、 $x(0) = 1$ にあり、速度 $v = 0$ で固定されていた。固定を外すと物体は単振動するが、その運動をまずはオイラー法でシミュレーションしてみよう。時間ステップを $dt = 0.01$ [s]、ステップ数を 1000 として、各時間ステップ t における物体の位置 $x(t)$ 、その速度 $v(t)$ 、運動エネルギー $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ と、バネによる位置エネルギー $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ 、およびそれらの和の全エネルギー $E_{tot} = E_k + E_p$ を計算し、ファイルに書き出すプログラムを C 言語で作成せよ。またそれら 5 つの量を Python で読み込み、横軸時間に対する変化を、1 つのグラフに重ねてプロットせよ。

(ヒント) 第 11 回の講義を参考にすると良い。その際、講義資料の例のように、変数の微分を計算する部分を、`calc_derivative` のように関数にしておくが良い。計算した値は次元や単位の異なる物理量であるが、数値の変化がわかれば良いので、1 つのグラフに重ねて表示してよい。

- (b) 問題 (a) で使ったオイラー法では精度が悪くなく、物理的予想とは異なる結果が得られたかもしれない。同じ時間ステップとステップ数でより正確な結果が出るよう、2 次精度ルンゲクッタ法にプログラムを変更し、ソースコードと問題 (a) と同様に作った結果のグラフを示せ。
- (c) 実験を空気中で行うと、速度に比例した空気抵抗 $-bv$ が発生する。係数 $b = 0.5$ [kg/s] として、(b) と同様のグラフに示せ。ソースコードは問題 (b) からの変更点のみを示せば良い。
- (d) 実験装置を再び真空中に戻す。バネを固定した壁に対し、 x 方向に角周波数 ω の振動が加わったとする。その結果、物体には見かけ上、 $F_0 \sin(\omega t)$ の外力が加わったとする。ここで F_0 [N] は物体が受ける外力の振幅である。 $\omega = 2.0$, $F_0 = 1.0$ のときの結果を、問題 (b) と同様にグラフに示せ。ソースコードは問題 (b) からの変更点のみを示せば良い。
- (e) 問題 (d) では物体は複雑な周期運動をするが、角周波数 ω を 1.0 から 5.0 まで 0.1 刻みに変化させた時、その振幅の最大値がどう変化するか調べたい。問題 (d) のソースコードをさらに変更し、十分な回数振動するように、ステップ数と 10000 とする。各 ω に対する x の振幅の最大値を求め、両者の関係をグラフに示せ。ソースコードは全体を提出せよ。またこの結果の物理的に意味を考察し論ぜよ。