

レポート問題 2

ここでは計算機を用いることで様々な研究分野で威力を発揮する、モンテカルロシミュレーションを学ぶ。回答はまず、プログラムの概略を日本語で簡単にまとめ、その後に結果のグラフとプログラムのソースコードを含め、全体を $\text{\LaTeX}$ で 1 つの PDF ファイルとしてまとめて提出せよ。ただし、プログラムを一部改変したのみであれば、その変更箇所のみ提出でも良い。

中心極限定理とは、ある条件が満たされるのであれば、母集団の分布によらず、その母集団からサンプリングした標本の和 (や標本平均) が正規分布に従うという確率・統計学の基本定理である。ここではその中心極限定理を、プログラムを用いて実際に検証してみる。

(a) 一様乱数

まずはサイコロの目 (1, 2, 3, 4, 5, 6 のいずれかを取る一様乱数) を考えることで確かめてみよう。サイコロを 1 回振る作業を 10000 回繰り返して、その頻度分布 (横軸: サイコロの目, 縦軸: 頻度) をプロットし、一様になっていることを確認、さらにはその平均と分散を求めよ。

次にサイコロを 3 回振り、その和を求める。これを 100, 1000, 10000 回繰り返して、各々その頻度分布 (横軸: サイコロの目の和, 縦軸: 頻度) をプロットし、平均と分散を求めよ。プロットした図は保存し、提出せよ。同様のことをサイコロを 5 回振った場合に対しても行い、その平均と分散がどのように変化したかを述べよ。

以上、繰り返し回数 10000 回のケースのみ (つまり、1, 3, 5 回の和の計 3 枚)、プロットした図を保存し、提出せよ。C 言語で書いたプログラムの提出は 1 つで良い。

(b) 正規分布

前問の乱数の種類を変えてみよう。ここでは自然界で最も良く目にする正規分布を考える。つまり、一様性という条件を外し、かつ連続的な値に拡張し、前問同様のことを行い、提出せよ。このとき、正規分布の乱数生成は以下を用いても良い。

```
double generate_gauss() {  
    double u1 = (double)rand() / RANDMAX;  
    double u2 = (double)rand() / RANDMAX;  
    return sqrt(-2.0 * log(u1)) * cos(2.0 * M_PI * u2); }
```

以上、繰り返し回数 5 回、かつ 10000 回のケースのみ (計 1 枚)、プロットした図を保存し、提出せよ。C 言語で書いたプログラムの提出は 1 つで良い。

(c) ローレンツ分布

前問の乱数の種類をさらに変えてみよう。ここではローレンツ分布と呼ばれる正規分布同様の連続確率分布を取り上げる。これは強制振動等の共鳴現象の解としてもしばしば登場してくる重要な関数である。前問同様のことを行い、提出せよ。このとき、ローレンツ分布の乱数生成は以下を用いても良い。なお平均と分散の振る舞いを理解するため、複数回モンテカルロシミュレーションを行ってみると良い。

```
double generate_lorentz() {  
    double u = (double)rand() / RANDMAX; //  
    return tan(M_PI * (u - 0.5)); }
```

以上、繰り返し回数 5 回、かつ 10000 回のケースのみ (計 1 枚)、プロットした図を保存し、提出せよ。C 言語で書いたプログラムの提出は 1 つで良い。

(d) 任意関数

プログラミングスキルには、アルゴリズムの構築能力、さらには出てきた結果についての検証・考察も非常に重要である。物理学科の皆さんの腕の見せ所でもある。上記の問いを踏まえ、自身で関数を作り、中心極限定理の適用可能性について考察せよ。なお、異なる確率密度関数を用いてその和を求めても良い。