

「物理学基礎 I」中間試験問題・解答 (2018 年 6 月 15 日)

問1

(1) $v_x(t) = 3 a t^2 + 2 b t$, $\alpha_x(t) = 6 a t + 2 b$, ($c=d=0$)

(2) $x(t) = a t^4/4 + b t^3/3 + c t^2/2$, $\alpha_x(t) = 3 a t^2 + 2 b t + c$

(3) $x(t) = a t^5/20 + b t^4/12 + c t^3/6 + d t^2/2$, $v_x(t) = a t^4/4 + b t^3/3 + c t^2/2 + d t$

問2

(1) $m d^2x/dt^2 = -k x$.

(2) $x(t) = a \cos(\omega t)$, $v_x(t) = -a \omega \sin(\omega t)$, 但し $\omega = (k/m)^{1/2}$ とした.

(3) $x(t) = v_0 / \omega \sin(\omega t)$, $v_x(t) = v_0 \cos(\omega t)$.

(4) $m dv_x/dt = -k x - \mu v_x$. ($m d^2x/dt^2 = -k x - \mu dx/dt$ など可.)

(5) $x(t) = C_1 \exp(-\eta t/2) \cos[(\omega^2 - \eta^2/4)^{1/2} t] + C_2 \exp(-\eta t/2) \sin[(\omega^2 - \eta^2/4)^{1/2} t]$,
但し, $C_1 C_2$ は任意の定数であり, $\eta = \mu/m$ とした.

(6) 運動方程式は, $m dv_x/dt = -k x - \mu v_x + A \sin(2\omega t)$.

一般解は,

$$x(t) = C_1 \exp(-\eta t/2) \cos[(\omega^2 - \eta^2/4)^{1/2} t] + C_2 \exp(-\eta t/2) \sin[(\omega^2 - \eta^2/4)^{1/2} t] \\ + (A/m) [4\omega^2 \eta^2 + (4\omega^2 - \omega^2)^2]^{-1/2} \sin(2\omega t - \delta),$$

但し, δ は $\tan \delta = (2\omega\eta)/(4\omega^2 - \omega^2)$ を満たす定数である.